अध्याय 14 तरंगें
(Waves)

NCERT पाठ्य पुस्तक के अभ्यास प्रश्न (उत्तर सहित)

1. 2.50 किग्रा द्रव्यमान की 20 मी लम्बी तानित डोरी पर 200 न्यूटन बल का तनाव है। यदि इस डोरी के एक सिरे को अनुप्रस्थ झटका दिया जाए तो उत्पन्न विक्षोभ कितने समय में दूसरे सिरे तक पहुँचेगा?

हलः तार की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान $m = \frac{\text{तार का कुल द्रव्यमान}}{\text{तार की लम्बाई}}$

$$= \frac{2.50}{20} = 0.125 \text{ किग्रा मी}^{-1}$$

अनुप्रस्थ तरंग की चाल $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$

$$= \sqrt{\frac{200}{0.125}} = 40 \text{ मी से}^{-1}$$

$\therefore$ एक सिरे से दूसरे सिरे तक पहुँने मे लगाा समय $t = \frac{l}{v} = \frac{20}{40} = 0.5$ सेकण्ड

2. 300 मी ऊँची मीनार के शीर्ष से गिराया गया पत्थर मीनार के आधार पर बने तालाब के पानी से टकराता है । यदि वायु में ध्वनि की चाल 340 मी से$^{-1}$ है तो पत्थर के टकराने की ध्वनि मीनार के शीर्ष पर पत्थर गिराने के कितनी देर बाद सुनाई देगी ? ($g = 9.8$ मी से$^{-2}$)

हलः दिया है, मीनार की ऊँचाई $h = 300$ मी

पत्थर को तालाब के पानी से टकराने तक का समय t_1 हो तो, $h = u t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$

अथवा $300 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t_1^2$

$\therefore\ t_1 = \sqrt{\frac{300 \times 2}{9.8}} = 7.82$ सेकण्ड

ध्वनि को मीनार के शीर्ष तक पहुँचने मे लगा समय $t_2 = \frac{h}{v} = \frac{300}{340} = 0.88$ सेकण्ड

कुल समय $t = t_1 + t_2 = 7.82 + 0.88 = 8.7$ सेकण्ड

3. 12.0 मी लम्बे स्टील के तार का द्रव्यमान 2.10 किग्रा है । तार में तनाव कितना होना चाहिए ताकि उस तार पर किसी अनुप्रस्थ तरंग की चाल 20 °C पर शुष्क वायु में ध्वनि की चाल (343 मी से$^{-1}$) के बराबर हो

हलः तार की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान $m = \frac{\text{तार का कुल द्रव्यमान}}{\text{तार की लम्बाई}}$

$$= \frac{2.10}{12} = 0.175 \text{ किग्रा मी}^{-1}$$

अनुप्रस्थ तरंग की चाल $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$

$\therefore$ तनाव $T = v^2 m$

$= (343)^2 \times 0.175 = 20588.575$ न्यूटन $\approx 2.06 \times 10^4$ न्यूटन

4. सूत्र $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ का उपयोग करके स्पष्ट कीजिए कि वायु में ध्वनि की चाल क्यों

(a) दाब पर निर्भर नहीं करती,
(b) ताप के साथ बढ़ जाती है, तथा
(c) आर्द्रता के साथ बढ़ जाती है ?

हलः (a) **दाब का प्रभाव :** माना परमताप T पर गैस के 1 ग्राम अणु का दाब P तथा आयतन V है। तब ,आयतन

$$V = \frac{M}{\rho}$$

जहॉ ρ गैस का घनत्व है । अतः गैस समीकरण $PV = RT$ से

$$P\frac{M}{\rho} = RT \qquad \text{अथवा} \quad \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M}$$

स्पष्ट है कि ताप नियत होने पर, $\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M}$ = नियत होगा अर्थात नियत ताप पर दाब बढने पर गैस का घनत्व भी उसी अनुपात मे बढता है।

$\therefore$ वायु मे ध्वनि की चाल $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}}$ भी नियत रहेगी ।

इससे स्पष्ट है कि ,यदि गैस का ताप नियत रहता है तो ध्वनि की चाल पर दाब परिवर्तन का कोई प्रभाव नही पडेगा ।

(b) **ताप का प्रभाव** : वायु मे ध्वनि की चाल $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}} = \sqrt{\frac{\gamma PV}{M}}$

1 मोल गैस के लिए गैस समीकरण $PV = RT$ से

$$\therefore \qquad v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

अतः $v \propto \sqrt{T}$

अतः किसी गैस मे ध्वनि की चाल गैस के परम ताप के वर्गमूल के अनुक्रमानुपाती होती है अर्थात ताप बढने पर ध्वनि चाल बढ जाती है।

(c) **आर्द्रता का प्रभाव** : वायु मे आर्द्रता बढने पर वायु का घनत्व कम हो जाता है अतः सूत्र वायु मे ध्वनि की चाल $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ से स्पष्ट है कि घनत्व कम होने पर ध्वनि की चाल बढ जाती है। इसी कारण से वर्षा के दिनो मे कारखानो (Factories) के साइरन तथा रेल के इंजन की सीटी की ध्वनि ग्रीष्म ऋतु की अपेक्षा उसी ताप पर तेजी से चलती है तथा अधिक दूर तक सुनाई पडती है।

5. आपने यह पढा है कि एक विमा में कोई प्रगामी तरंग फलन $y = f(x, t)$ द्वारा निरूपित की जाती है जिसमें x तथा t को $x - vt$ अथवा $x + vt$ अर्थात् $y = f(x \pm vt)$ संयोजन में प्रकट होना चाहिए । क्या इसका प्रतिलोम भी सत्य है ? नीचे दिए गए y के प्रत्येक फलन का परीक्षण करके यह बताइए कि वह किसी प्रगामी तरंग को निरूपित कर सकता है:

(a) $(x - vt)^2$
(b) $\log [(x+vt) / x_0]$
(c) $1 / (x + vt)$

हलः इसका प्रतिलोम सत्य नही है । फलन $f(x \pm vt)$, किसी प्रगामी तरंग को तभी प्रदर्शित करेगा यदि प्रत्येक बिन्दु तथा प्रत्येक क्षण पर इसका मान निश्चित हो।

(a) बिन्दु $x = 0$ तथा समय $t = 0$ पर फलन $(x - vt)^2$ का मान = 0 (अर्थात बिन्दु को प्रदर्शित करता है) तथा बिन्दु $x \to \infty$ व समय $t \to \infty$ पर फलन $(x - vt)^2$ का मान $\to \infty$
अतः फलन $(x - vt)^2$, प्रगामी तरंग को प्रदर्शित नही करता है।

(b) बिन्दु $x = 0$ तथा समय $t = 0$ पर फलन

$$\log\left(\frac{x+vt}{x_0}\right) = \log 0 = \infty$$

अतः फलन log [(x+vt) / x_0] , प्रगामी तरंग को प्रदर्शित नही करता है।

(c) बिन्दु x = 0 तथा समय t = 0 पर फलन $\frac{1}{x+vt} = \frac{1}{0} = \infty$

चूकिं फलन $\frac{1}{x+vt}$ का मान बिन्दू x = 0 तथा समय t = 0 पर निश्चित नही है अतः यह प्रगामी तरंग को प्रदर्शित नही करता है।

6. कोई चमगादड़ वायु में 1000 किलो हर्ट्स आवृत्ति की पराश्रव्य ध्वनि उत्सर्जित करता है। यदि यह ध्वनि जल के पृष्ठ से टकराती है, तो
(a) परावर्तित ध्वनि तथा (b) पारगमित ध्वनि की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए । वायु तथा जल में ध्वनि की चाल क्रमशः 340 मी से$^{-1}$ तथा 1486 मी से$^{-1}$ है ।

हलः . (a) पराश्रव्य ध्वनि की आवृत्ति ν = 1000 kHz = 10^6 Hz

वायु में ध्वनि की चाल v_a = 340 मी से$^{-1}$

परावर्तित ध्वनि ध्वनि की तरंगदैर्घ्य

$$\lambda_r = \frac{v_a}{\nu} = \frac{340}{10^6} = 3.4 \times 10^{-4} \text{ मी}$$

(b) जल में ध्वनि की चाल v_w = 1486 मी से$^{-1}$

परावर्तित ध्वनि ध्वनि की तरंगदैर्घ्य $\lambda_t = \frac{v_w}{\nu}$

$$= \frac{1486}{10^6} = 1.49 \times 10^{-3} \text{ मी}$$

7. किसी अस्पताल में ऊतकों में ट्यूमरों का पता लगाने के लिए पराश्रव्य स्कैनर का प्रयोग किया जाता है । उस ऊतक में ध्वनि की तरंगदैर्घ्य कितनी है जिसमें ध्वनि की चाल 1.7 किमी से$^{-1}$ है ? स्कैनर की प्रचालन आवृत्ति 4.2 मेगा हर्ट्स है ।

हलः ऊतक में ध्वनि की चाल v = 1.7 किमी से$^{-1}$ = 1.7 × 10^3 मी से$^{-1}$
स्कैनर की प्रचालन आवृत्ति ν = 4.2 मेगा हर्ट्स = 4.2 × 10^6 Hz
ध्वनि की तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{v}{\nu}$

$$= \frac{1.7 \times 10^3}{4.2 \times 10^6} = 4.1 \times 10^{-4} \text{ मी}$$

8. किसी डोरी पर कोई अनुप्रस्थ तरंग का वर्णन
y (x, t) = 3.0 sin (36 t + 0.018 x + π / 4)
द्वारा किया जाता है । यहाँ x तथा y सेमी में तथा t सेकण्ड में है । x की धनात्मक दिशा बाएँ से दाएँ है ।
(a) क्या यह प्रगामी तरंग है अथवा अप्रगामी ? यदि यह प्रगामी तरंग है तो इसकी चाल तथा संचरण की दिशा क्या है ?
(b) इसका आयाम तथा आवृत्ति क्या है ?
(c) उद्गम के समय इसकी आरम्भिक कला क्या है ?
(d) इस तरंग में दो क्रमागत शिखरों के बीच की न्यूनतम दूरी क्या है ?

हलः (a) दिया गया समीकरण

$$y(x, t) = 3.0 \sin\left(36\,t + 0.018\,x + \frac{\pi}{4}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$$

प्रगामी तरंग का समीकरण

$y(x, t) = a \sin(\omega t + k x + \phi)$ ..... (*i*)

दोनो की तुलना करने पर, दिया गया समीकरण प्रगामी तरंग का समीकरण है तथा यह x- अक्ष की ऋणात्मक दिशा मे चल रही है।

$\omega = 36$ rad/s तथा $k = 0.018$ सेमी

आवृत्ति $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ तथा $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$\therefore$ वेग $v = \nu \lambda$

$= \frac{\omega}{2\pi} \times \frac{2\pi}{k}$

$= \frac{\omega}{k} = \frac{36}{0.018} = 2000$ सेमी / से $= 20$ मी / से

(b) तरंग का आयाम $a = 3$ सेमी

आवृत्ति $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{36}{2 \times 3.14} = 5.73$ Hz

(c) समीकरण (i) व समीकरण (ii) की तुलना करने से , आरम्भिक कला $\phi = \frac{\pi}{4}$

(d) दो क्रमागत शिखरों के बीच की न्यूनतम दूरी = तरंगदैर्ध्य $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$= \frac{2 \times 3.14}{0.018} = 348.89$ सेमी $= 3.5$ मी

9. प्रश्न 8 में वर्णित तरंग के लिए $x = 0$ सेमी , 2 सेमी तथा 4 सेमी के लिए विस्थापन (y) और समय (t) के बीच ग्राफ आलेखित कीजिए । इन ग्राफों की आकृति क्या है ? आयाम, आवृत्ति अथवा कला में से किन पहलुओं में प्रगामी तरंग में दोलनी गति एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु पर भिन्न है ?

हलः दिया गया समीकरण

$y(x, t) = 3.0 \sin(36 t + 0.018 x + \frac{\pi}{4})$ ..... (*i*)

$x = 0$ सेमी पर

$y(0, t) = 3.0 \sin(36 t + \frac{\pi}{4})$

$\omega = 36$ rad/s $\therefore$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{18}$ सेकण्ड

t (सेकण्ड)	0	$\frac{T}{8}$	$\frac{2T}{8}$	$\frac{3T}{8}$	$\frac{4T}{8}$	$\frac{5T}{8}$	$\frac{6T}{8}$	$\frac{7T}{8}$
y (सेमी)	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	-3	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	0

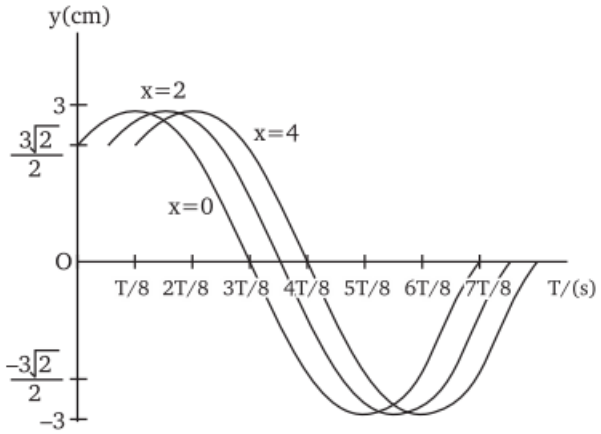
$x = 0$ सेमी , 2 सेमी तथा 4 सेमी के लिए आयाम, आवृत्ति अपरिवर्तित होगी केवल कलान्तर भिन्न होगें।

x = 0 सेमी पर $y(0, t) = 3.0 \sin (36 t + \frac{\pi}{4})$

x = 2 सेमी पर $y(2, t) = 3.0 \sin (36 t + 0.036 + \frac{\pi}{4})$

x = 4 सेमी पर $y(4, t) = 3.0 \sin (36 t + 0.072 + \frac{\pi}{4})$

ग्राफों की आकृति निम्न चित्रो मे प्रदर्शित है।



10. प्रगामी गुणावृत्ति तरंग $y (x, t) = 2.0 \cos 2 \pi (10 t – 0.0080 x + 0.35)$
जिसमें x तथा y को सेमी में तथा t को सेकण्ड में लिया गया है, के लिए उन दो दोलनी बिन्दुओं के बीच कलान्तर कितना है जिनके बीच की दूरी है

(a) 4 मी

(b) 0.5 मी

(c) $\lambda / 2$

(d) $\frac{3 \lambda}{4}$

हलः प्रगामी तरंग का समीकरण

$y (x, t) = 2.0 \cos 2 \pi (10 t – 0.0080 x + 0.35)$

$= 2.0 \cos (20 \pi t – 0.016 \pi x + 0.70 \pi)$

समीकरण $y (x, t) = a \sin (\omega t + k x + \phi)$ से तुलना करने पर,

$k = 0.0160 \pi$, आयाम a = 2 सेमी , कोणीय आवृत्ति $\omega = 20 \pi$ रेडियन / सेकण्ड

कलान्तर $\phi = k x = \frac{2 \pi}{\lambda} x$

(a) x = 4 मी = 400 सेमी के लिये

कलान्तर $\phi = k x = 0.016 \pi \times 400 = 6.4 \pi$ रेडियन

(b) x = 0.5 मी = 50 सेमी के लिये

कलान्तर $\phi = k x = 0.016 \pi \times 50 = 0.8 \pi$ रेडियन

(c) $x = \frac{\lambda}{2}$ के लिये

कलान्तर $\phi = \frac{2 \pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{2} = \pi$ रेडियन

(d) $x = \frac{3\lambda}{4}$ के लिये

कलान्तर $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{3\lambda}{4} = \frac{3\pi}{2} = 1.5\pi$ रेडियन

11. दोनों सिरों पर परिबद्ध किसी तानित डोरी पर अनुप्रस्थ विस्थापन को इस प्रकार व्यक्त किया गया है

$$y(x, t) = 0.06 \sin\left(\frac{2\pi}{3} x\right) \cos(120\pi t)$$

जिसमें x तथा y को मीटर तथा t को सेकण्ड में लिया गया है । इसमें डोरी की लम्बाई 1.5 मी है जिसका द्रव्यमान 3.0×10^{-3} किग्रा है । निम्नलिखित का उत्तर दीजिए :

(a) यह फलन प्रगामी तरंग अथवा अप्रगामी तरंग में से किसे निरूपित करता है ?

(b) इसकी व्याख्या विपरीत दिशाओं में गमन करती दो तरंगों के अध्यारोपण के रूप में करते हुए प्रत्येक तरंग की तरंगदैर्ध्य, आवृत्ति तथा चाल ज्ञात कीजिए ।

(c) डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए ।

हलः (a) दिया गया समीकरण

$$y(x, t) = 0.06 \sin\frac{2\pi}{3} x \cos(120\pi t)$$

अप्रगामी तरंग के मानक समीकरण $y(x, t) = 2a \sin kx \cos \omega t$ के अनुरूप है अतः यह अप्रगामी तरंग का समीकरण है।

(b) x -अक्ष की ऋणात्मक दिशा मे गतिमान प्रगामी तरंग का समीकरण

$y_1 = a \sin(\omega t + k x)$

तथा x -अक्ष की धनात्मक दिशा मे गतिमान प्रगामी तरंग का समीकरण

$y_2 = a \sin(\omega t - k x)$

दोनो तरंगो के अध्यारोपण से परिणामी तरंग का विस्थापन

$$y(x, t) = y_1 + y_2 = a \sin(\omega t + k x) - a \sin(\omega t - k x)$$
$$= a[\sin\omega t \cos k x + \cos\omega t \sin k x - \sin\omega t \cos k x + \cos\omega t \sin k x]$$
$$= 2a \sin k x \cos\omega t$$
$$= 2a \sin\frac{2\pi}{\lambda} x \cos(2\pi\nu t)$$

दिये गये समीकरण $y(x, t) = 0.06 \sin\frac{2\pi}{3} x \cos(120\pi t)$ से तुलना करने पर ,

$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$ अतः तरंगदैर्ध्य $\lambda = 3$ मीटर

तथा $2\pi\nu = 120\pi$ अथवा आवृत्ति $\nu = 60\pi$ Hz

$\therefore$ चाल $v = \nu\lambda = 60 \times 3 = 180$ मी / से

(c) तार की लम्बाई $l = 1.5$ मी

तार का द्रव्यमान $M = 3.0 \times 10^{-2}$ किग्रा

तार की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान $m = \frac{M}{l} = \frac{3.0 \times 10^{-2}}{1.5} = 2 \times 10^{-2}$ किग्रा मी $^{-1}$

अनुप्रस्थ तरंग की चाल $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$

$\therefore$ तनाव $T = v^2 m$

$= (180)^2 \times 2 \times 10^{-2} = 648$ न्यूटन

12. (i) प्रश्न11 में वर्णित डोरी पर तरंग के लिए बताइए कि क्या डोरी के सभी बिन्दु समान (a) आवृत्ति, (b) कला, (c) आयाम से कम्पन करते हैं ? अपने उत्तरों को स्पष्ट कीजिए ।

(ii) एक सिरे से 0.375 मी दूर के बिन्दु का आयाम कितना है ?

हलः (i) (a) डोरी के सभी बिन्दु समान आवृत्ति से कम्पन करते हैं।

(b) डोरी के सभी बिन्दु समान कला मे कम्पन नही करते है क्योकि कला x व t के मानो पर निर्भर करती है।
(c) डोरी के सभी बिन्दु समान आयाम से कम्पन नही करते है क्योकि आयाम x के मानो पर निर्भर करता है।

आयाम $A(x) = 0.06 \sin \frac{2\pi}{3} x$

(ii) दिये गये समीकरण $y(x, t) = 0.06 \sin \frac{2\pi}{3} x \cos (120 \pi t)$ मे

$x = 0.375$ मी तथा $t = 0$ रखने पर

आयाम $= 0.06 \sin \frac{2\pi \times 0.375}{3} \cos 0$

$= 0.06 \sin \frac{\pi}{4} = 0.06 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.042$ मी

13. नीचे किसी प्रत्यास्थ तरंग (अनुप्रस्थ अथवा अनुदैर्घ्य) के विस्थापन को निरूपित करने वाले x तथा t के फलन दिए गए हैं । यह बताइए कि इनमें से कौन
(i) प्रगामी तरंग को, (ii) अप्रगामी तरंग को, (iii) इनमें से किसी भी तरंग को नहीं निरूपित करता है
(a) $y = 2 \cos (3x) \sin 10 t$
(b) $y = 2 \sqrt{x - v t}$
(c) $y = 3 \sin (5x - 0.5 t) + 4 \cos (5x - 0.5t)$
(d) $y = \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$

हलः (a) दिया गया समीकरण अप्रगामी तरंग को निरूपित करता है क्योकिं x तथा t के आवर्त पद kx तथा ωt अलग-अलग है।

(b) फलन $y = 2 \sqrt{x - v t}$ का मान x तथा t के सभी मानो के लिये निश्चित नही है अतः यह किसी भी तरंग, प्रगामी अथवा अप्रगामी तरंग को निरूपित नहीं करता है।

(c) दिये गये समीकरण $y = 3 \sin (5x - 0.5 t) + 4 \cos (5x - 0.5t)$ मे दोनो पद अलग-अलग प्रगामी तरंग को निरूपित करते है अतः इनके अध्यारोपण से बनी तरंग भी प्रगामी आवर्त तरंग होगी।

(d) दिये गये समीकरण $y = \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$ मे दोनो पद अलग-अलग अप्रगामी तरंग को निरूपित करते है अतः यह समीकरण दो अप्रगामी तरंगो के अध्यारोपण को प्रदर्शित करता है।

14. दो दृढ़ आधारो के बीच तानित तार अपनी मूल विधा में 45 हर्ट्स आवृत्ति से कम्पन करता है । इस तार का द्रव्यमान 3.5×10^{-2} किग्रा तथा रैखिक द्रव्यमान घनत्व 4.0×10^{-2} किग्रा मी $^{-1}$ है ।
(a) तार पर अनुप्रस्थ तरंग की चाल क्या है, तथा (b) तार में तनाव कितना है ?

हलः (a) दिया है , तार का द्रव्यमान $M = 3.5 \times 10^{-2}$ किग्रा

रैखिक द्रव्यमान घनत्व $\mu = \frac{M}{l}$

$\therefore$ तार की लम्बाई $l = \frac{M}{\mu} = \frac{3.5 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-2}} = 0.875$ मी

मूल स्वर के लिये $\lambda = 2l$

$\lambda = 2 \times 0.875 = 1.75$ मी

तरंग की चाल $v = \nu \lambda = 45 \times 1.75 = 78.75$ मी से $^{-1}$

(b) अनुप्रस्थ तरंग की चाल

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$\therefore$ तनाव $T = v^2 \mu$

$= (78.75)^2 \times 4 \times 10^{-2} = 248.06$ न्यूटन

15. एक सिरे पर खुली तथा दूसरे सिरे पर चलायमान पिस्टन लगी 1 मी लम्बी नलिका, किसी नियत आवृत्ति के स्रोत (340 हर्ट्स आवृत्ति का स्वरित्र द्विभुज) के साथ, जब नलिका में वायु कॉलम 25.5 सेमी अथवा 79.3 सेमी होता है तब अनुनाद दर्शाती है । प्रयोगशाला के ताप पर वायु में ध्वनि की चाल का आकलन कीजिए । कोर-प्रभाव को नगण्य मान सकते हैं ।

हलः अनुनाद नली से ध्वनि वेग $v = 2n(l_2 - l_1)$

जहाँ l_1 व l_2 क्रमशः पहले दो क्रमागत अनुनादो की लम्बाईयाँ तथा n स्वरित्र द्विभुज की आवृत्ति है।

दिया है, l_1 = 25.5 सेमी , l_2 = 79.3 सेमी , n = 340 हर्ट्स

∴ ध्वनि वेग $v = 2 \times 340 (79.3 - 25.5)$ सेमी / सेकण्ड

$= 36584$ सेमी / सेकण्ड = 365.84 मी / से

16. 100 सेमी लम्बी स्टील-छड़ अपने मध्य बिन्दु पर परिबद्ध है । इसके अनुदैर्ध्य कम्पनों की मूल आवृत्ति 2.53 किलो हर्ट्स है । स्टील में ध्वनि की चाल क्या है ?

हलः छड़ की लम्बाई l = 100 सेमी = 1 मी

मूल आवृत्ति $\nu = 2.53$ kHz $= 2.53 \times 10^3$ Hz

जब छड़ को उसके मध्य बिन्दु पर कस दिया जाता है तो मध्य बिन्दु पर निस्पन्द (node) तथा सिरो पर प्रस्पन्द (antinodes) बनते है।

दो क्रमागत प्रस्पन्दो के बीच की दूरी $= \frac{\lambda}{2}$

∴ $l = \frac{\lambda}{2}$ अथवा $\lambda = 2l = 2 \times 1$ मी = 2 मी

ध्वनि की चाल $v = \nu\lambda$

$= 2.53 \times 10^3 \times 2$

$= 5.06 \times 10^3$ मी से $^{-1}$ = 5.06 किमी से $^{-1}$

17. 20 सेमी लम्बाई के पाइप का एक सिरा बन्द है । 430 हर्ट्स आवृत्ति के स्रोत द्वारा इस पाइप की कौन-सी गुणावृत्ति विधा अनुनाद द्वारा उत्तेजित की जाती है ? यदि इस पाइप के दोनों सिरे खुले हों तो भी क्या यह स्रोत इस पाइप के साथ अनुनाद करेगा ? वायु में ध्वनि की चाल 340 मी से $^{-1}$ है ।

हलः दिया है, पाइप की लम्बाई l = 20 सेमी = 0.2 मी

माना स्रोत आवृत्ति, पाइप की n वी गुणावृत्ति विधा की आवृत्ति के साथ अनुनाद करती है , तब $\nu_n = 430$ Hz

ध्वनि की चाल $v = 340$ मी से $^{-1}$

बन्द पाइप के लिये n वी गुणावृत्ति $\nu_n = (2n - 1)\frac{v}{4l}$

∴ $430 = (2n - 1)\left(\frac{340}{4 \times 0.2}\right)$

अथवा $(2n - 1) = \frac{430 \times 4 \times 0.2}{340} = 1.01$

अथवा $2n = 2.01$ ∴ $n = 1$

अतः मूल स्वर अनुनाद करेगा।

पुनः खुले पाइप के लिये n वी गुणावृत्ति $\nu_n = \frac{nv}{2l}$

अथवा $430 = \frac{n \times 340}{2 \times 0.2}$

अथवा $n = \frac{430 \times 2 \times 0.2}{340} = 0.5$

चूकिं n का मान पूर्ण गुणक नही है अतः खुले पाइप की कोई भी गुणावृत्ति इसके साथ अनुनाद नही करेगी।

18. सितार की दो डोरियाँ A तथा B एक साथ 'गा' स्वर बजा रही हैं तथा थोड़ी-सी बेसुरी होने के कारण 6 हर्ट्स आवृत्ति के विस्पन्द उत्पन्न कर रही हैं । डोरी A का तनाव कुछ घटाने पर विस्पन्द की आवृत्ति घटकर 3 हर्ट्स रह जाती है । यदि A की मूल आवृत्ति 324 हर्ट्स है तो B की आवृत्ति क्या है ?

हलः A की मूल आवृत्ति = 324 हर्ट्स है अतः B की आवृत्ति = $324 \pm 6 = 330$ हर्टस या 318 हर्टस

माना B की आवृत्ति 330 हर्टस है । चूकिं आवृत्ति $\propto \sqrt{T}$ अतः तनाव घटाने पर A की आवृत्ति 324 हर्ट्स से कम हो जायेगी , जिससे प्रति सेकण्ड विस्पन्दो की संख्या भी बढ जायेगी । परन्तु प्रश्नानुसार प्रति सेकण्ड विस्पन्दो की संख्या घटकर 3 हर्ट्स रह जाती है । अतः B की आवृत्ति 330 हर्टस नही हो सकती। अर्थात B की आवृत्ति 318 हर्टस है ।

19. स्पष्ट कीजिए क्यों (अथवा कैसे) :

(a) किसी ध्वनि तरंग में विस्थापन निस्पन्द दाब प्रस्पन्द होता है और विस्थापन प्रस्पन्द दाब निस्पन्द होता है ।

(b) आँख न होने पर भी चमगादड़ अवरोधकों की दूरी, दिशा, प्रकृति तथा आकार सुनिश्चित कर लेते है ।

(c) वायलिन तथा सितार के स्वरों की आवृत्तियाँ समान होने पर भी हम दोनों से उत्पन्न स्वरों में भेद कर लेते हैं ।

(d) ठोस अनुदैर्घ्य तथा अनुप्रस्थ दोनों प्रकार की तरंगों का पोषण कर सकते हैं जबकि गैसों में केवल अनुदैर्घ्य तरंगें ही संचरित हो सकती है?

(e) परिक्षेपी माध्यम में संचरण के समय स्पन्द की आकृति विकृत हो जाती है ।

हलः (a) अनुदैर्घ्य ध्वनि तरंगो मे निस्पन्दो (nodes) पर दाब परिवर्तन अधिकतम होता है तथा प्रस्पन्दो (antinodes) पर दाब परिवर्तन न्यूनतम होता है अतः इन तरंगो मे विस्थापन निस्पन्द दाब प्रस्पन्द तथा विस्थापन प्रस्पन्द दाब निस्पन्द होता है ।

(b) चमगादड़ पराश्रव्य तरंगे (ultrasonic waves) उत्पन्न करते है तथा अवरोधकों से परावर्तित होकर वापस आने वाली पराश्रव्य तरंगो को सुन भी सकता है जिससे उसे अवरोधकों की दूरी, दिशा, प्रकृति तथा आकार का ज्ञान हो जाता है।

(c) गुणता, ध्वनि का वह अभिलक्षण है जिससे समान आवृति व समान प्रबलता की ध्वनियो मे अन्तर किया जा सकता है। अतः वायलिन तथा सितार के स्वरों की आवृत्तियाँ समान होने पर भी उनके द्वारा उत्पन्न ध्वनियो को सुनते ही हमे बोध हो जाता है कि किस वाद्य यन्त्र की ध्वनि है तथा उनके स्वरों में भेद कर लेते हैं ।

(d) अनुप्रस्थ तरंगो के संचरण के लिये माध्यम मे दृढता का गुण होना आवश्यक होता है जबकि अनुदैर्घ्य तरंगो के संचरण के लिये माध्यम मे आयतन प्रत्यास्थता का गुण होना आवश्यक होता है। ठोसो मे दृढता तथा आयतन प्रत्यास्थता दोनो होती है अतः ठोस दोनों प्रकार की तरंगों का पोषण कर सकते हैं जबकि गैसों में केवल आयतन प्रत्यास्थता होती है अतः गैसो मे केवल अनुदैर्घ्य तरंगें ही संचरित हो सकती है।

(e) स्पन्द (pulse) , भिन्न-भिन्न तरंगदैर्ध्य की तरंगो का संयोग होता है। ये तरंगे परिक्षेपी माध्यम (dispersive medium) में भिन्न-भिन्न वेगो से गति करती है जिससे संचरण के समय स्पन्द की आकृति विकृत हो जाती है ।